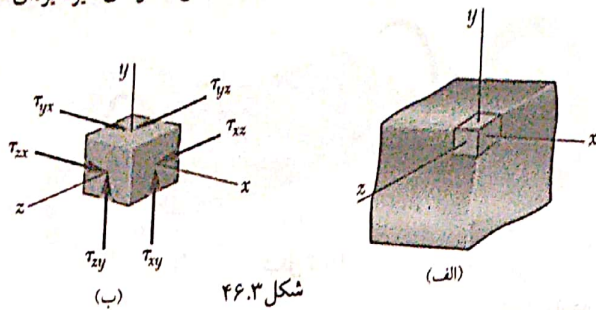




شکل ۴۶.۳

تنش را در میل گردان دایره‌ای کشسان تعریف می‌کنند، نمی‌توان برای عضوهای غیر دایره‌ای استفاده کرد. برای مثال، این فرض که تنش برشی در سطح مقطع میله مربع شکل به‌طور خطی نسبت به فاصله از محور میله تغییر می‌کند، و بنابراین در گوشه‌های سطح مقطع بزرگترین مقدار را دارد، غلط است. چنانکه خواهیم دید، در واقع تنش برشی در این نقاط صفر است.

جزء مکعبی کوچکی را در گوشه سطح مقطع میله مربع شکلی در نظر بگیرید که تحت پیچش قرار دارد و محورهای مختصات را موازی با لبه‌های این جزء انتخاب کنید (شکل ۴۶.۳ (الف)). از آنجا که آن وجه از جزء که عمود بر محور z است بخشی از سطح آزاد میله است، همه تنش‌ها روی این وجه باید صفر باشند. با توجه به شکل ۴۶.۳ (ب)، می‌نویسیم

$$\tau_{yx} = 0 \quad \tau_{yz} = 0 \quad (۴۰.۳)$$

به همین دلیل، تنش‌های موجود روی آن وجه که عمود بر محور z است، باید صفر باشند. می‌نویسیم

$$\tau_{zx} = 0 \quad \tau_{zy} = 0 \quad (۴۱.۳)$$

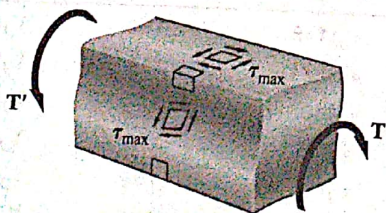
از معادله اول (۴۰.۳) و (۴۱.۳) چنین نتیجه می‌شود که

$$\tau_{xy} = 0 \quad \tau_{xz} = 0 \quad (۴۲.۳)$$

پس، هر دو مؤلفه تنش برشی روی آن وجه از این جزء که عمود بر محور میله است، برابر صفرند. نتیجه گرفته می‌شود که در گوشه‌های سطح مقطع میله هیچ‌گونه تنش برشی وجود ندارد.

با پیچاندن مدل لاستیکی میله مربعی، به آسانی می‌توان ثابت کرد که هیچ تغییر شکلی، و بنابراین هیچ تنش، در امتداد یالهای میله ایجاد نمی‌شود، در حالی که بزرگترین تغییر شکلها، و بزرگترین تنشها، در امتداد خط مرکزی هریک از وجوه میله ایجاد می‌شوند (شکل ۴۷.۳).

تعیین تنشها در عضوهای غیر دایره‌ای که تحت بارگذاری پیچشی قرار دارند، از حدود بحث این کتاب خارج است. اما، نتایج به‌دست آمده از نظریه ریاضی کشسانی برای میله‌های راست با سطح مقطع مستطیلی یکنواخت در اینجا نشان داده می‌شوند.^۱ اگر L طول میله، a و b به ترتیب طول و عرض سطح مقطع، و T گشتاور پیچشی وارد بر میله باشد (شکل ۴۸.۳)، معلوم می‌شود که

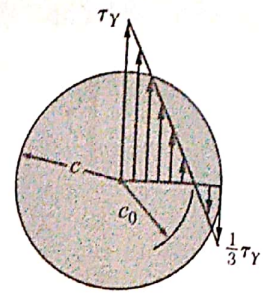


شکل ۴۷.۳

۱. رجوع کنید به:

S. P. Timoshenko and J. N. Goodier, *Theory of Elasticity*, 3d ed., McGraw-Hill New York, 1969, sec. 109.

(الف) نشان دهید که توزیع تنشهای برشی باقی‌مانده مطابق (ب) مقدار گشتاور پیچشی مربوط به تنش وارد بر میله از میله که بین دایره‌ای به شعاع c است تعیین کنید.



شکل ۱۱۶.۳

۱۱۷ پس از اینکه میل گردان توخالی مسئله ۱۱۳.۳ بارگذاری و سپس باربرداری شد، چنانکه در مسئله بیان شده، یک گشتاور پیچشی T_1 در جهت خلاف گشتاور پیچشی اولیه به مقدار T بر میل گردان وارد می‌کنند. با فرض اینکه تغییری در مقدار τ_{xy} به وجود نیاید، مطلوب است مقدار T_1 از گشتاور پیچشی T_1 برای تسلیم اولیه در بارگذاری دوم، و مقایسه آن با مقدار T_y از گشتاور پیچشی T ناشی از میل گردان برای تسلیم در بارگذاری اولیه.

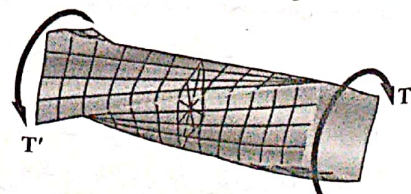
۱۱۸ پس از اینکه محور توپر مسئله ۱۱۴.۳ بارگذاری و باربرداری شد چنانکه در مسئله بیان شده، گشتاور پیچشی T_1 در جهت مخالف گشتاور پیچشی اولیه T بر میل گردان وارد می‌شود. با فرض اینکه تغییری در مقدار ϕ_y ندهد، مطلوب است زاویه پیچش ϕ_1 را برای اینکه تسلیم بارگذاری اولیه در بارگذاری ثانوی انجام شود، و آن را با زاویه ϕ_y برای اینکه میل گردان شروع به تسلیم در بارگذاری اولیه نماید مقایسه کنید.

۱۲.۳ پیچش عضوهای غیر دایره‌ای

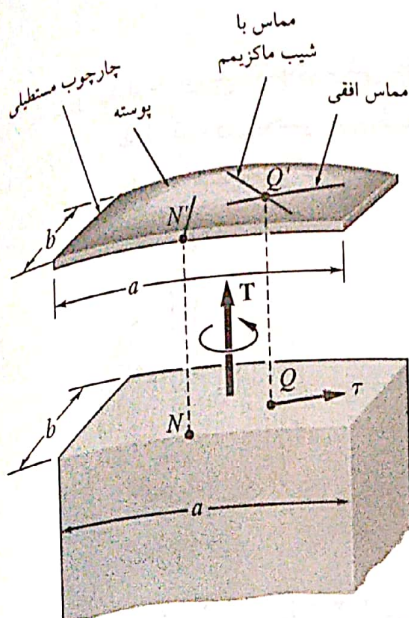
فرضیه‌ای که در بخشهای ۳.۳ و ۴.۳ برای توزیعهای کرنش و تنش تحت بارگذاری پیچشی به‌دست آمدند، فقط برای عضوهایی با سطح مقطع دایره‌ای صادق است. درحقیقت، استخراج آنها براساس این فرض بود که سطح مقطع عضو به‌صورت صفحه باقی می‌ماند، و تابیدگی در آن ایجاد نمی‌شود، و در بخش ۳.۳ دیدیم که اعتبار این فرض بستگی به تقارن محوری عضو دارد، یعنی به این حقیقت بستگی دارد که وقتی از نقطه ثابتی به آن نگاه می‌شود و در آن حال حول محورش به‌اندازه زاویه دلخواهی چرخانده می‌شود، شکل ظاهری آن تغییر نمی‌کند.

اما از سوی دیگر، میله مربع شکل فقط وقتی که به‌اندازه زاویه 90° یا 180° چرخانده شود، شکل ظاهری یکسانی را حفظ می‌کند. با دنبال کردن استدلالی مشابه با آنچه در بخش ۳.۳ به کار برده شد، می‌توان نشان داد که قطرهای سطح مقطع مربع شکل میله و خطوط واصل نقاط وسط اضلاع آن مقطع، مستقیم باقی می‌مانند (شکل ۴۵.۳). اما به علت اینکه میله تقارن محوری ندارد، هر خط دیگری که روی سطح مقطع آن رسم شود هنگام پیچاندن تغییر شکل می‌یابد، و خود سطح مقطع نیز از صفحه اولیه اش منحرف می‌شود.

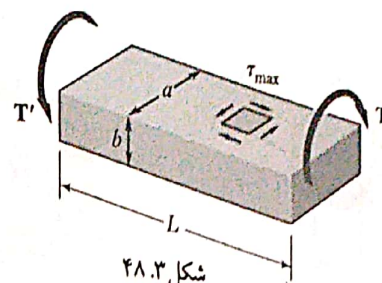
نتیجه می‌گیریم که از معادله‌های (۴.۳) و (۶.۳) که به ترتیب توزیع کرنش و



شکل ۴۵.۳



شکل ۴۹.۳



شکل ۴۸.۳

تنش برشی ماکزیمم در امتداد خط مرکزی وجه پهن تر میله ایجاد شود، که از رابطه زیر معین می شود

$$\tau_{max} = \frac{T}{c_1 ab^2} \quad (۴۳.۳)$$

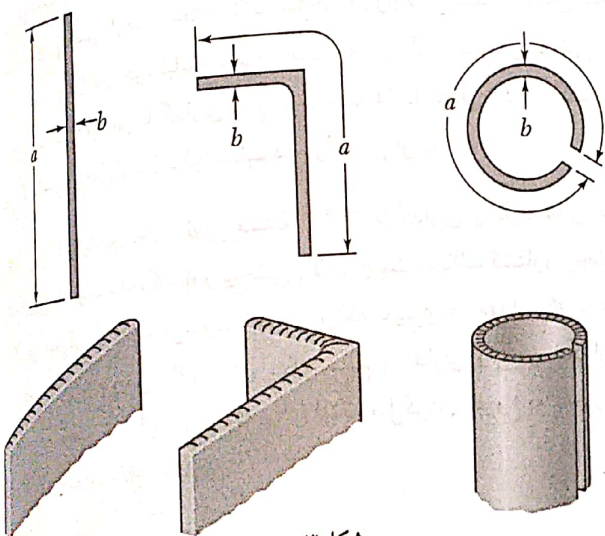
از طرف دیگر، زاویه پیچش را می توان چنین بیان کرد

$$\phi = \frac{TL}{c_1 ab^3 G} \quad (۴۴.۳)$$

ضرایب c_1 و c_2 تنها بستگی به نسبت a/b دارند و در جدول ۱.۳ نشان داده شده اند. توجه کنید که معادله های (۴۳.۳) و (۴۴.۳) تنها در محدوده کشسان معتبرند. از جدول ۱.۳ می دانیم که به ازای $a/b \geq 5$ ، ضرایب c_1 و c_2 مساوی اند. می توانیم نشان دهیم که به ازای این مقادیر a/b ، داریم

$$c_1 = c_2 = \frac{1}{3} (1 - 0.630 b/a) \quad (a/b \geq 5) \quad (۴۵.۳)$$

توزیع تنشهای برشی در عضو غیر دایره ای را می توان به طور آسانتر با استفاده از روش قیاس پوسته ای نشان داد. پوسته کشسان همگن متصل به قاب ثابتی که فشاری یکنواخت بر یکی از دو طرف آن وارد می شود، میله در حالت پیچش را شبیه سازی می کند؛ یعنی تعیین تغییر شکل پوسته بستگی به حل همان معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی دارد که در تعیین تنشهای برشی در میله باید حل شود. به طور مشخصتر، اگر نقطه ای از سطح مقطع میله و Q' نقطه متناظر پوسته باشد (شکل ۴۹.۳)، جهت تنش برشی τ در نقطه Q در همان جهت خط مماس افقی بر پوسته در نقطه Q' ، و مقدار آن متناسب با ماکزیمم شیب پوسته در نقطه Q' خواهد بود. علاوه بر این، گشتاور پیچشی وارد شده، متناسب با حجم محدود بین پوسته و صفحه قاب ثابت است. در مورد پوسته شکل ۴۹.۳، که متصل به قابی مستطیلی است، بیشترین شیب در نقطه N' وسط ضلع بزرگتر قاب وجود دارد. پس، ثابت می شود که تنش برشی ماکزیمم در میله ای با سطح مقطع مستطیلی در نقطه N وسط ضلع بزرگتر ایجاد می شود.



شکل ۵۰.۳

قیاس پوسته ای را به همین خوبی می توان برای تجسم تنشهای برشی موجود در هرگونه میله راست با سطح مقطع یکنواخت و غیر دایره ای نیز به کار برد. به طور خاص، چندین عضو جدار نازک با سطح مقطعهایی مطابق شکل ۵۰.۳ را در نظر می گیریم، که تحت گشتاور پیچشی یکسانی قرار دارند. با استفاده از روش قیاس پوسته ای برای کمک به تجسم تنشهای برشی، می بینیم که چون گشتاور پیچشی یکسانی بر هریک از اعضا وارد می شود، حجم زیر هر عضو یکسان است، و شیب ماکزیمم نیز در تمام آنها تقریباً یکسان است. بنابراین نتیجه می گیریم که برای عضوهای جدار نازک با ضخامتی یکنواخت و شکلی دلخواه، تنش برشی ماکزیمم مانند حالت میله مستطیلی با نسبت خیلی بزرگ a/b است و می توان آن را از معادله (۴۳.۳) با مقدار $c_1 = c_2 = 0.333$ تعیین کرد.^۱

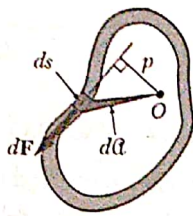
۱۳.۳* میل گردانهای توخالی جدار نازک

در بخش گذشته دیدیم که تعیین تنش در عضوهای غیر دایره ای به طور کلی احتیاج به کاربرد روشهای پیشرفته ریاضی دارد. اما، در مورد میل گردانهای غیر دایره ای توخالی جدار نازک، با محاسبه ای ساده می توان تقریب خوبی از توزیع تنشها در میل گردان به دست آورد.

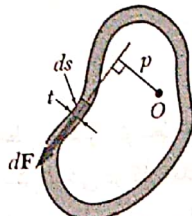
جدول ۱.۳ ضرایب میله های مستطیلی در حالت پیچش

a/b	c_1	c_2
۱.۰	۰.۲۰۸	۰.۱۴۰۶
۱.۲	۰.۲۱۹	۰.۱۶۶۱
۱.۵	۰.۲۳۱	۰.۱۹۵۸
۲.۰	۰.۲۴۶	۰.۲۲۹
۲.۵	۰.۲۵۸	۰.۲۴۹
۳.۰	۰.۲۶۷	۰.۲۶۳
۴.۰	۰.۲۸۲	۰.۲۸۱
۵.۰	۰.۲۹۱	۰.۲۹۱
۱۰.۰	۰.۳۱۲	۰.۳۱۲
∞	۰.۳۳۳	۰.۳۳۳

۱. این شیب در جهت عمود بر خط مماس افقی در نقطه Q' اندازه گیری شده است.
۲. می توان نشان داد که زاویه پیچش را می توان از معادله (۴۴.۳) با $c_1 = c_2 = 0.333$ به دست آورد.



شکل ۵۶.۳



شکل ۵۵.۳

در اینجا می‌توان قیاسی را بین توزیع تنشهای برشی τ در مقطع عرضی میل‌گردان توخالی جدار نازک و توزیع سرعتهای v در آب جاری در مجرای بسته با عمق واحد و عرض متغیر مشاهده کرد. در حالی که سرعت v آب، به‌خاطر تغییر عرض t مجرا، از نقطه‌ای به نقطه دیگر تغییر می‌کند، آهنگ جریان (دبی)، $Q = vt$ ، در سرتاسر مجرا ثابت باقی می‌ماند، درست مانند τt در معادله (۴۸.۳) که پیوسته ثابت است. به علت وجود چنین قیاس و تشابهی، حاصلضرب $q = \tau t$ را جریان برش در جداره میل‌گردان توخالی می‌نامند.

حال رابطه‌ای بین گشتاور پیچشی T وارد بر عضو توخالی و جریان برش q در جداره آن به‌دست می‌آوریم. جزء کوچکی از مقطع جدار به طول ds را در نظر می‌گیریم (شکل ۵۵.۳). مساحت این جزء برابر است با $dA = t ds$ و مقدار نیروی برشی dF وارد بر آن برابر است با

$$dF = \tau dA = \tau (t ds) = (\tau t) ds = q ds \quad (۴۹.۳)$$

گشتاور dM_O این نیرو حول نقطه اختیاری O در داخل فضای حفره‌ای عضو را می‌توان با ضرب کردن dF در فاصله عمودی p از نقطه O تا اثر خط نیروی dF به‌دست آورد. داریم

$$dM_O = p dF = p (q ds) = q (p ds) \quad (۵۰.۳)$$

ولی حاصلضرب $p ds$ برابر است با دو برابر مساحت dA مثلث هاشورخورده در شکل ۵۶.۳. بنابراین داریم

$$dM_O = q (2dA) \quad (۵۱.۳)$$

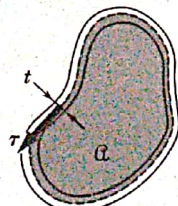
از آنجا که انتگرال سمت چپ معادله (۵۱.۳) در مقطع جداره نشان‌دهنده مجموع گشتاورهای همه نیروهای برشی بنیادی وارد بر مقطع جداره است، چون این مجموع برابر است با گشتاور پیچشی T وارد بر عضو توخالی، داریم

$$T = \oint dM_O = \oint q (2dA)$$

چون جریان برشی q مقداری است ثابت، می‌نویسیم

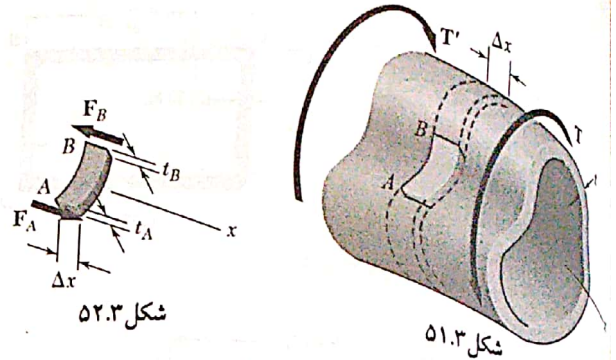
$$T = 2qA \quad (۵۲.۳)$$

که در آن، A ، سطح محصور توسط خط مرکزی سطح مقطع جداره است (شکل ۵۷.۳). تنش برشی τ در هر نقطه مفروض از جداره را می‌توان برحسب گشتاور پیچشی T بیان کرد، مشروط بر آنکه مقدار q را از رابطه (۴۸.۳) در رابطه (۵۲.۳) بگذاریم و معادله حاصل را برحسب τ حل کنیم. داریم



شکل ۵۷.۳

۱. جداره عضو باید یک حفره را ببندد و نباید دارای شکاف باز باشد. به عبارت دیگر، عضو از نظر توپولوژیک باید معادل با یک میل‌گردان دایره‌ای توخالی باشد.



شکل ۵۱.۳

عضو استوانه‌ای توخالی با سطح مقطع غیر دایره‌ای را در نظر بگیرید که تحت بارگذاری پیچشی قرار دارد (شکل ۵۱.۳).^۱ در حالی که ضخامت t جداره ممکن است در مقطع عرضی تغییر کند، فرض می‌شود که این ضخامت نسبت به سایر ابعاد عضو کوچک باقی بماند. حال قسمت هاشورزده جداره AB را که بین دو نقطه عرضی در فاصله Δx از یکدیگر، و دو صفحه طولی عمود بر جداره محدود است، از عضو مورد نظر جدا می‌کنیم. از آنجا که قسمت AB در حال تعادل است، مجموع نیروهای وارد بر آن در جهت طولی x باید برابر با صفر باشد (شکل ۵۲.۳). ولی تنها نیروهای موجود عبارت‌اند از نیروهای برشی F_A و F_B که بر دو انتهای قسمت AB وارد می‌شوند. بنابراین داریم

$$\sum F_x = 0 : F_A - F_B = 0 \quad (۴۶.۳)$$

اکنون F_A را به صورت حاصلضرب تنش برشی طولی τ_A روی وجه کوچک در نقطه A و مساحت $\Delta x t_A$ آن وجه، بیان می‌کنیم.

$$F_A = \tau_A (t_A \Delta x)$$

می‌بینیم که، در حالی که تنش برشی مستقل از مختصه x نقطه مورد نظر است، ممکن است در جداره تغییر کند؛ بنابراین τ_A نشان‌دهنده مقدار میانگین تنش محاسبه‌شده در جداره است. F_B را نیز به طریق مشابهی بیان می‌کنیم و با قراردادن F_A و F_B در معادله (۴۶.۳) می‌نویسیم

$$\tau_A (t_A \Delta x) - \tau_B (t_B \Delta x) = 0$$

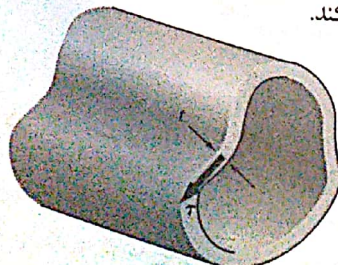
یا

$$\tau_A t_A = \tau_B t_B \quad (۴۷.۳)$$

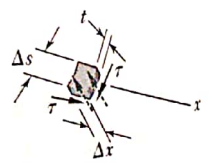
از آنجا که A و B به‌طور دلخواه انتخاب شده‌اند، معادله (۴۷.۳) بیان می‌کند که حاصلضرب τt تنش برشی طولی و ضخامت جداره t در سرتاسر عضو ثابت است. اگر این حاصلضرب را با q نشان دهیم، داریم

$$q = \tau t = \text{مقدار ثابت} \quad (۴۸.۳)$$

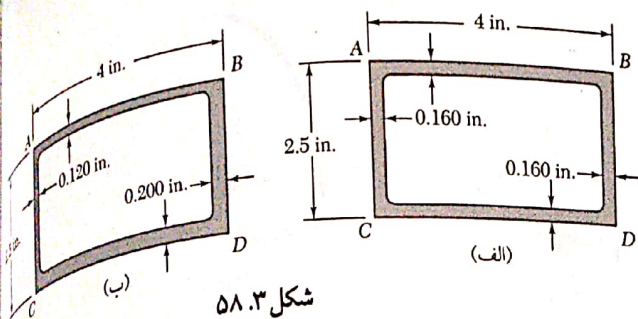
حال جزء کوچکی را از جداره قسمت AB جدا می‌کنیم (شکل ۵۳.۳). از آنجا که وجه بالا و پایین این جزء بخشی از سطح آزاد عضو توخالی‌اند، مقدار تنش روی این وجه برابر با صفر است. با یادآوری روابط (۲۱.۱) و (۲۲.۱) از بخش ۱۲.۱ چنین برمی‌آید که مؤلفه‌های تنش نشان داده شده روی وجه دیگر با پیکانهای نقطه‌چین نیز برابر صفر هستند، در حالی که آنهایی که با پیکان خط‌پر نشان داده شده‌اند با یکدیگر برابرند. پس، تنش برشی در هر نقطه از مقطع عرضی عضو توخالی موازی با سطح جداره آن است (شکل ۵۴.۳)، و مقدار میانگین محاسبه‌شده آن در سرتاسر جداره، در معادله (۴۸.۳) صدق می‌کند.



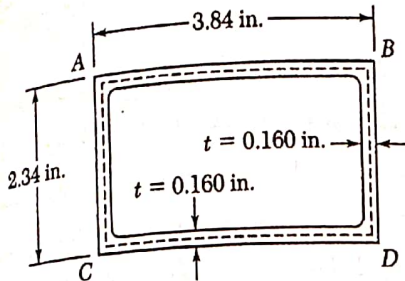
شکل ۵۴.۳



شکل ۵۳.۳



شکل ۵۸.۳



شکل ۵۹.۳

$$\tau = \frac{T}{\gamma t Q}$$

(۵۳.۳)

که در آن، t ضخامت جداره در نقطه مورد نظر و Q سطح محصور توسط خط مرکزی است. یادآوری می شود که τ مقدار میانگین تنش برشی در کل جدار است. اما، برای تغییر شکلهای کشسان، توزیع تنشها در جداره را می توان یکنواخت فرض کرد، و معادله (۵۳.۳) مقدار واقعی تنش برشی در نقطه ای مفروض از جداره را به دست می دهد.

زاویه پیچش میل گردان تو خالی جدار نازک را می توان با استفاده از روش انرژی (فصل ۱۱) به دست آورد. با فرض تغییر شکل کشسان، می توان نشان داد که زاویه پیچش میل گردانی با جدار نازک به طول L و با مدول صلابت G برابر است با

$$\phi = \frac{TL}{4GJ} \oint \frac{ds}{t} \quad (۵۴.۳)$$

که انتگرال در طول خط مرکزی مقطع جداره محاسبه می شود.

مثال ۱۰.۳

لوله آلومینیومی ساختمانی با سطح مقطع مستطیلی ۲۵×۴ in باروش اکستروژن (روزن رانی) ساخته شده است. مطلوب است تنش برشی در هریک از چهار جداره قسمتی از این لوله وقتی که گشتاور پیچشی ۲۴ kip.in بر آن وارد می شود. فرض کنید که (الف) ضخامت جداره یکنواخت و برابر ۰.۱۶۰ in باشد [شکل ۵۸.۳ (الف)]. (ب) در نتیجه نقص کار، ضخامت جداره های AB و AC برابر با ۰.۱۲۰ in و ضخامت جداره های CD و BD برابر با ۰.۲۰۰ in باشد [شکل ۵۸.۳ (ب)].

● حل :

الف. لوله با ضخامت جدار یکنواخت. سطح محصور توسط خط مرکزی جدار (شکل ۵۹.۳) برابر است با

$$Q = (3.84 \text{ in})(2.34 \text{ in}) = 8.986 \text{ in}^2$$

از آنجا که ضخامت هر چهار جدار ۰.۱۶۰ in است، با استفاده از رابطه (۵۳.۳) تنش برشی در هر جدار را به دست می آوریم

$$\tau = \frac{T}{\gamma t Q} = \frac{24 \text{ kip.in}}{2(0.160 \text{ in})(8.986 \text{ in}^2)} = 835 \text{ ksi}$$

ب. لوله با ضخامت جدار متغیر. مشاهده می شود که سطح Q محصور در خط مرکزی برابر با سطح مشابه در قسمت (الف) است. با قراردادن ۰.۱۶۰ in برابر ۰.۲۰۰ in در معادله (۵۳.۳)، داریم

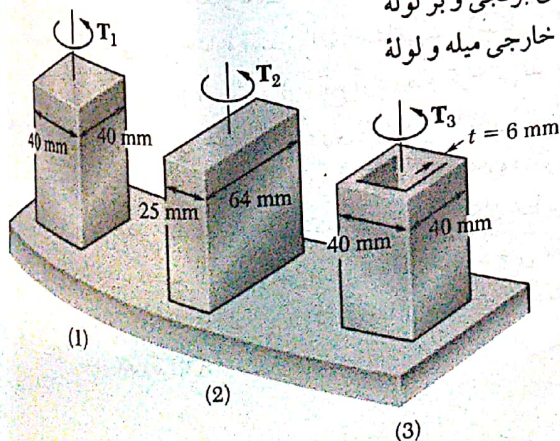
$$\tau_{AB} = \tau_{AC} = \frac{24 \text{ kip.in}}{2(0.120 \text{ in})(8.986 \text{ in}^2)} = 1113 \text{ ksi}$$

$$\tau_{BD} = \tau_{CD} = \frac{24 \text{ kip.in}}{2(0.200 \text{ in})(8.986 \text{ in}^2)} = 668 \text{ ksi}$$

می بینیم که مقدار تنش در هر جدار معین فقط، بستگی به ضخامت آن دارد.

مسئله نمونه ۹.۳

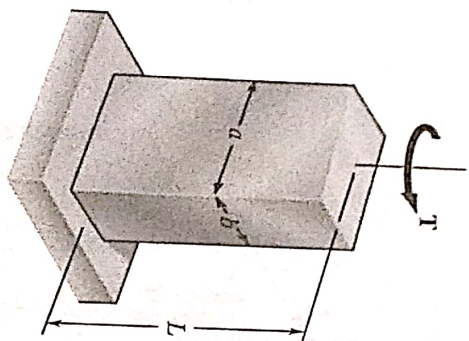
با استفاده از $\tau_{all} = 40 \text{ MPa}$ ، معین کنید بزرگترین گشتاور پیچشی را که می توان بر هریک از میله های برنجی و بر لوله برنجی مطابق شکل وارد کرد. توجه کنید که مساحت سطح مقطع دو میله توپر مساوی است، و ابعاد خارجی میله و لوله مربع شکل یکسان است.



● حل :

۱. میله با سطح مقطع مربعی. برای میله ای توپر با سطح مقطع مستطیلی، تنش برشی ماکزیمم از معادله (۴۳.۳)

۱. مسئله ۷۰.۱۱ را ببینید.



$$\tau_{\max} = \frac{T}{c_1 a b^2}$$

داریم

$$a = b = 0.040 \text{ m}$$

$$\frac{a}{b} = 1.00$$

$$c_1 = 0.208$$

$$\tau_{\max} = \tau_{\text{all}} = 40 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\max} = \frac{T_1}{c_1 a b^2}$$

$$40 \text{ MPa} = \frac{T_1}{0.208 (0.040 \text{ m})^2}$$

$$T_1 = 531 \text{ N}\cdot\text{m}$$

این با سطح مقطع مستطیلی داریم

$$a = 0.064 \text{ m}$$

$$b = 0.025 \text{ m}$$

$$\frac{a}{b} = 2.56$$

$$c_1 = 0.259$$

از جدول ۱.۳ داریم:

$$\tau_{\max} = \frac{T_1}{c_1 a b^2}$$

$$40 \text{ MPa} = \frac{T_1}{0.259 (0.064 \text{ m}) (0.025 \text{ m})^2}$$

$$T_1 = 414 \text{ N}\cdot\text{m}$$

از این به شکل در لوله‌ای به ضخامت t ، تنش برشی از معادله (۵.۳) محاسبه می‌شود

$$\tau = \frac{T}{\gamma t Q}$$

$$Q = (0.034 \text{ m}) (0.034 \text{ m}) = 1.156 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

با گرفتن مقادیر عددی $40 \text{ MPa} = \tau = \tau_{\text{all}}$ و $t = 0.006 \text{ m}$ ، مقدار گشتاور پیچشی مجاز τ به دست می‌آید.

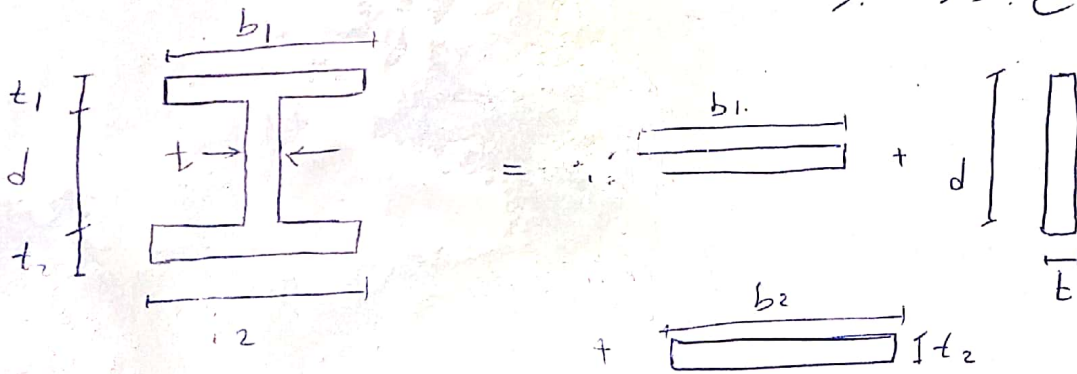
$$\tau = \frac{T}{\gamma t Q}$$

$$40 \text{ MPa} = \frac{T_1}{\gamma (0.006 \text{ m}) (1.156 \times 10^{-3} \text{ m}^2)}$$

$$T_1 = 550 \text{ N}\cdot\text{m}$$

برای $T = 550 \text{ N}\cdot\text{m}$ و $G = 27 \text{ GPa}$ می‌دانیم که مقدار گشتاور پیچشی T نشان داده شده تنش برشی

بیشتر سطح درازک باز:



$$b/t > 10 \rightarrow \tau_{max} = \frac{T}{\frac{1}{3} b t^2} \quad \phi = \frac{T L}{G \left(\frac{b t^3}{3} \right)}$$

$$J = \frac{1}{3} [b_1 t_1^3 + b_2 t_2^3 + d t^3] = J_{eq}$$

$$T_i = \frac{J_i}{J_{eq}} T \rightarrow \tau_{max} = \frac{T_i}{\frac{1}{3} b_i t_i^2}$$

$$T_i = \frac{\frac{1}{3} b_1 t_1^3}{\frac{1}{3} (b_1 t_1^3 + b_2 t_2^3 + d t^3)} T \rightarrow \tau_{max} = \frac{\frac{1}{3} b_1 t_1^3 / J_{eq}}{\frac{1}{3} b_1 t_1^2} T$$

$$T = \frac{\frac{1}{3} d t^3}{J_{eq}} T$$

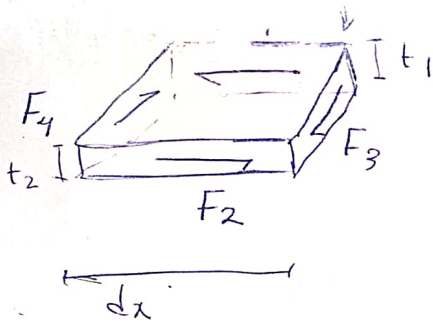
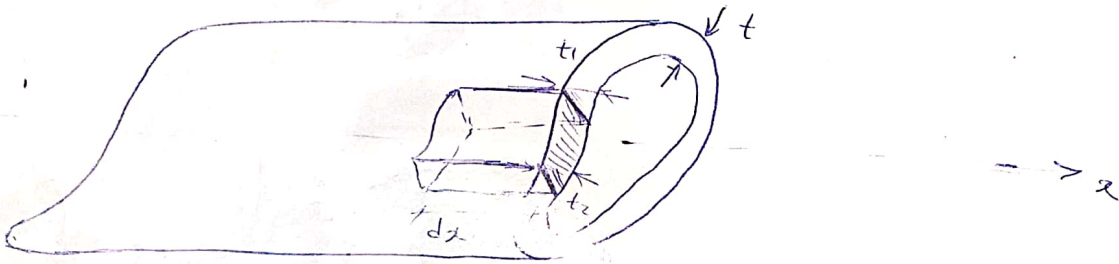
$$T_{max} = \frac{t_1}{J_{eq}} T$$

$$T_{max} = \frac{t}{J_{eq}} T$$

$$T_{max} = \frac{t_2}{J_{eq}} T$$

$$\tau_{max} = \max(\tau_{max1}, \tau_{max2}, \dots)$$

بسیار متناقص در تراز است:



$$F_1 = F_2$$

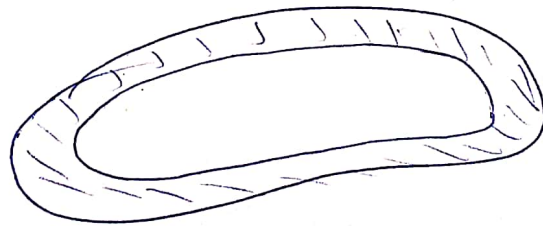
$$\tau_1 t_1 dx = \tau_2 t_2 dx$$

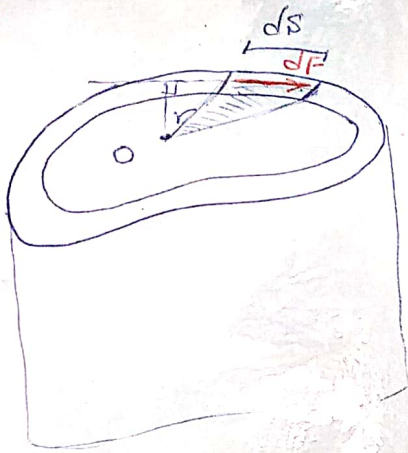
$$\rightarrow \tau_1 t_1 = \tau_2 t_2 = \dots = \tau t = q$$

q جزایر

عوض سطح طولی را برداریم و حاصله تنش برشی در صفحات جداگانه است
است. دمای جیان برشی داریم

$$q = \tau t \quad (N/m)$$





$$dF = \tau dA = \tau (t ds) \\ = \tau t ds = q ds$$

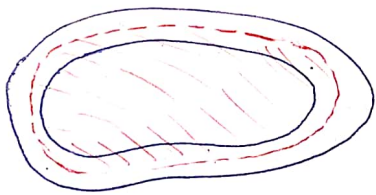
نقطه اختیاری

$$dT = r dF = r q ds \\ = q \times r ds \\ = q (2 \textcircled{A})$$

محیط سطح جانبی حلقه

$$T = \int q \times 2 \textcircled{A} = 2q \int \textcircled{A} = 2q \textcircled{A}$$

$\textcircled{A}$ = سطح محور در جهه ی میانی مقطع



$$\rightarrow q = \frac{T}{2 \textcircled{A}}$$

$$q = \tau t$$

$$\rightarrow \tau = \frac{T}{2 \textcircled{A} t}$$

$$\phi = \frac{TL}{4 \textcircled{A}^2 G} \oint \frac{ds}{t}$$

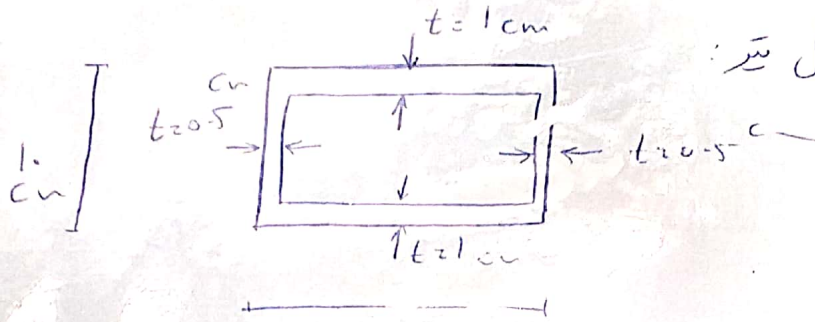
اندازه طول خط میخی جداره

زاد به همیشه

$$K_{\phi} = \frac{T}{\phi} = \frac{4 \textcircled{A}^2}{\oint \frac{ds}{t}} \frac{G}{L}$$

تیری با سطح زیر قرار است تحت اثر کویل پیچشی $T = 0.3 \text{ تا } m$ قرار گیرد. معلوم است

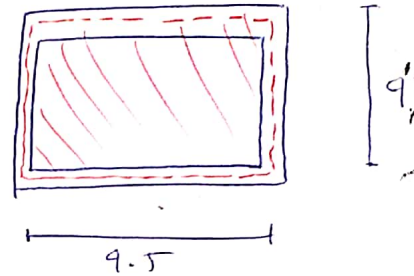
نسبت برشی ماکزیمم در این پیچشی در طول تیر:



$$G = 0.83 \times 10^5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\tau = \frac{T}{2At} \quad , \quad q = \tau t$$

$$\begin{aligned} A &= [10 - 2 \times 0.5] [10 - 2 \times 1] \\ &= [9.5] \times 9 \\ &= 85.5 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



$$q = \frac{T}{2A} = \frac{0.3 \times 10^3 \times 10^2}{2 \times 85.5} = 175.439 \frac{\text{kg}}{\text{cm}}$$

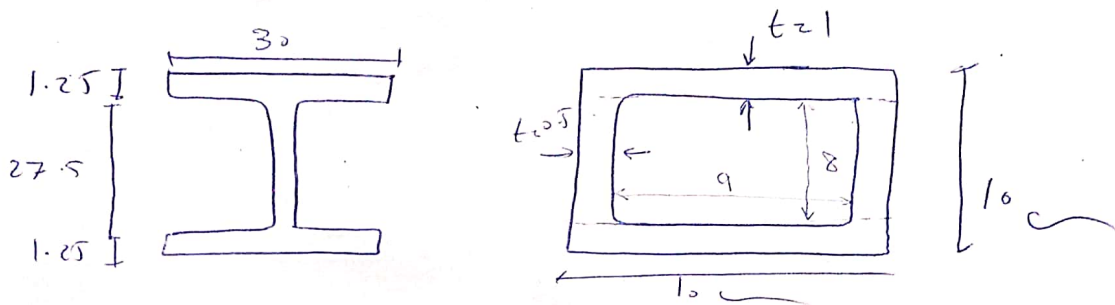
$$\left| \begin{aligned} \tau_1 &= \frac{q}{t_1} \\ t_1 &= 0.5 \end{aligned} \right. \rightarrow \tau_1 = \frac{175.439}{0.5} = 350.9 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\left| \begin{aligned} \tau_2 &= \frac{q}{t_2} \\ t_2 &= 1 \text{ cm} \end{aligned} \right. \rightarrow \tau_2 = 175.439 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\theta = \frac{\phi}{L} = \frac{T}{4A^2 G} \oint \frac{ds}{t}$$

$$\oint \frac{ds}{t} = 2 \times \frac{9.5}{1} + 2 \times \frac{9}{0.5} = 19 + 36 = 55$$

$$\theta = \frac{\phi}{L} = \frac{0.3 \times 10^3}{4 \times 85.5^2 \times 0.83 \times 10^5} \times 55 = 6.8 \times 10^{-5} \frac{\text{rad}}{\text{cm}} = 1.19 \times 10^{-6} \frac{\text{rad}}{\text{cm}}$$



$$\tau_{max} = 658 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\theta = 6.8 \times 10^{-5} \text{ rad}$$

$$\begin{aligned} A &= 2 \times 30 \times 1.25 + 27.5 \times 1.25 \\ &= 75 + 34.375 \\ &= 109.4 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

(ب)

$$\tau_{max} = 351 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\theta = 6.35 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

$$A = 100 - 72 = 28 \text{ cm}^2$$

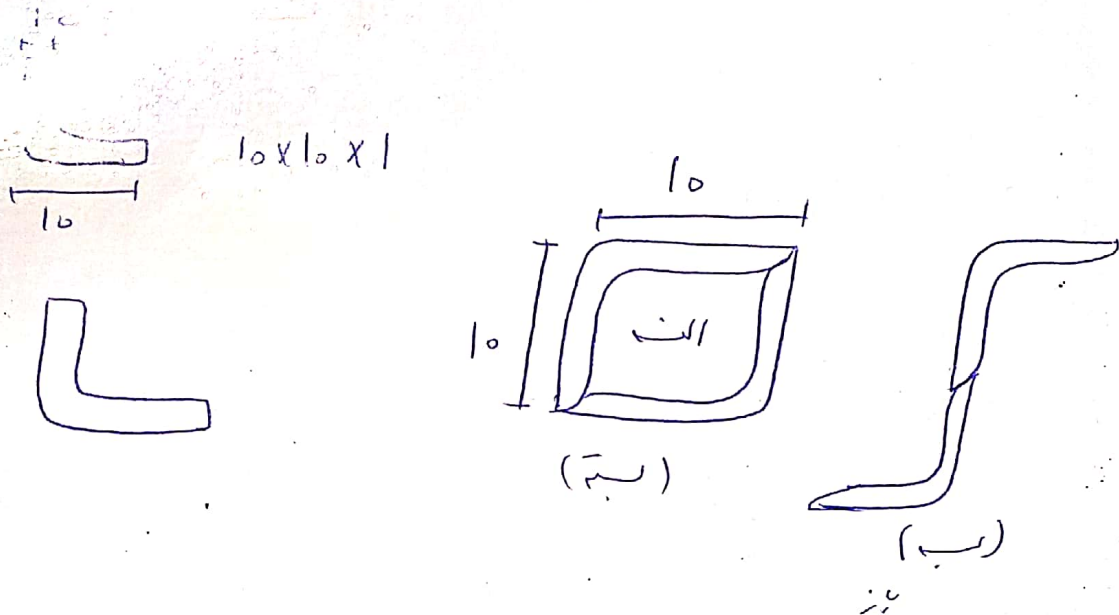
(الف)

مقطع الف با کاربرد مصالح کمتر نسبت به نمد پیچش مکان در سازه
مقطع (ب) تنش کمتری کمتر و زاویه پیچش کمتری را تحمل می کند
دندان از کارایی مصالح بهتر در سازه با مصالح
جداره باز است

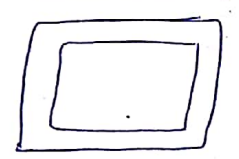
مثال: برای یک عضو تحت اثر لنگر پیچشی T ، در مدل پهنی نمره ۱۵

مقاطع a ، b و c را مشخص کنید

مبارک رحمتی در مقطع a با هم مقایسه کنید



الف) $\tau = \frac{T}{2(A)t}$

$A = [10 - 2 \times 0.5] [10 - 2 \times 0.5] = 81$  $t = 1$

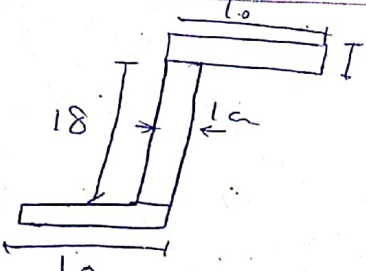
$\tau_{max} = \frac{T}{2 \times 81 \times 1} = \frac{T}{162}$

$\frac{\phi}{L} = \theta = \frac{T}{4(A)^2 G} \oint \frac{ds}{t} = \frac{T \times 36}{4 \times 81^2 \times G} = \frac{T}{G} \times \frac{36}{4 \times 81^2}$
 $\oint \frac{ds}{t} = 4 \times \frac{9}{1} = 36$
 $= \frac{T}{729 G}$

$\phi = \frac{TL}{729 G}$, $\tau = \frac{T}{162}$

ب) $\tau = \frac{T}{\frac{1}{3} \Sigma b t^2}$

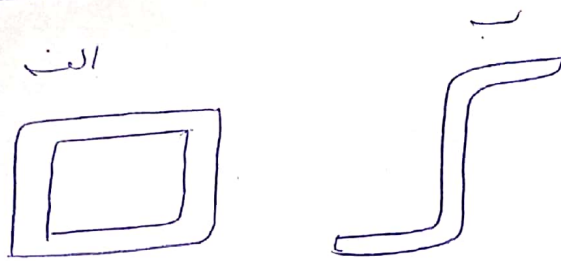
$\tau = \frac{T}{13}$

 $\frac{1}{3} \Sigma b t^2 = \frac{1}{3} [2 \times 10 \times 1 + 18 \times 1] = \frac{38}{3} \approx 13$

$$\theta = \frac{\phi}{L} = \frac{T}{\frac{1}{3} \sum b t^3}$$

$$J = \frac{1}{3} \sum b t^3 = \frac{1}{3} [2 \times 10 \times 1^3 + 18 \times 1^3] = \frac{38}{3} \approx 13$$

$$\phi = \frac{L}{3G}$$



$$\tau_1 = \frac{T}{162}$$

$$\tau_2 = \frac{T}{13}$$

$$\frac{\tau_2}{\tau_1} \approx 13$$

$$\phi_1 = \frac{TL}{729G}$$

$$\phi_2 = \frac{TL}{13G}$$

$$\frac{\phi_2}{\phi_1} = 56$$

مستقر است که مقاطع بسته در مقابل به هم پیوسته مهارت در مهارت
بیشتری دارند.